

X線CT再構成の基礎

逐次近似法の原理と応用

太田 卓見*

本稿では逐次近似法を用いたX線CT再構成の原理と応用を紹介する。複数の実測データを用いて、従来使われてきた再構成法に比べて、逐次近似法では高品質な再構成画像が得られることを示す。

1. はじめに

X線CT (Computed Tomography) とは、X線を用いて試料の内部構造を調べる手法である。二次元検出器で取得した試料の投影像をコンピュータで処理することで、試料の三次元的な構造を視覚化することができる。この処理のことを再構成と呼び、得られた再構成画像を解析することで、試料の内部的な情報を得ることができる。解析の目的に応じて解析手法は異なるが、再構成画像を基に行われるため、質の良い再構成画像を得ることが重要である。

本稿では、逐次近似法を用いた再構成の原理と応用を紹介する。第二章では、透視像を得る方法と、測定時の注意を述べる。第三章では、従来使われてきた再構成の原理について述べる。第四章では、逐次近似法の原理と特徴を述べる。第五章では、様々な試料に対して、逐次近似法の威力を紹介する。

2. CT測定の方法

CT装置はX線源、検出器、試料台を主要な構成要素とする。装置によって、X線源と検出器が固定された試料台の周りを回転する場合と、X線源と検出器は固定されたまま試料台が回転する場合がある。どちらの場合も再構成の手法に違いはないが、本稿では前者の条件を想定して説明を行う。

X線源から発生したX線は試料を通過し、試料により減衰されて検出器で検出される(図1)。この像(透視像)の濃淡から、試料の線吸収係数分布 f の情報を部分的に得ることができる。

$$I = I_0 \exp\left(-\int f dl\right) \quad (1)$$

ここで、 I を検出強度、 I_0 を減衰がない場合の検出強度、 l をX線の光路とする。この式は、Lambert-Beer

の法則に従って、X線が通過した部位の線吸収係数に応じて、強度が指数関数的に減衰していることを表している。強度 I と強度 I_0 は θ を投影角度、検出器の座標を u, v として、サイノグラム座標 $s = (u, v, \theta)$ 上の関数である。また、線吸収係数分布 f は試料座標 $r = (x, y, z)$ 上の関数である。表記を簡潔にするために、座標を省略することがあるので注意されたい。CT測定では、X線源と検出器を試料の周りに回転させ、透視像をあらゆる角度から取得する。

ここで注意しなければならないことは、測定の条件と再構成の条件に差異がないかということである。もし差異があれば、再構成画像には試料の構造由来の像に加えてアーティファクトと呼ばれる偽像が現れる。例えば、光学系調整の不良により、測定時の光学系と再構成で想定する光学系に差異が生じることがありうる。この場合、再構成画像にブレが生じることがある。再構成の前処理としてこれらの差異を補正する方法があるが、計算コストやデータの信頼性の観点から、測定時に差異がないように工夫することが必須である。

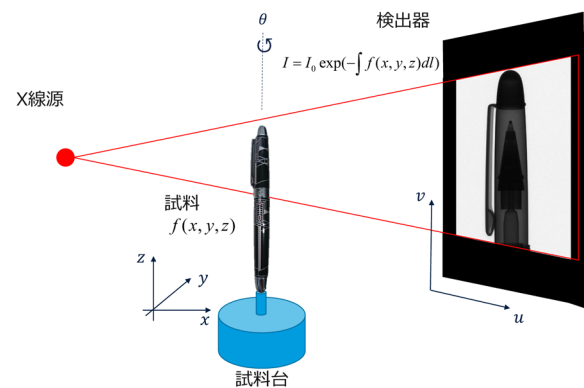


図1. 透視像の取得。

*株式会社リガク X線機器事業部 XRDアプリケーションソフトウェア開発部

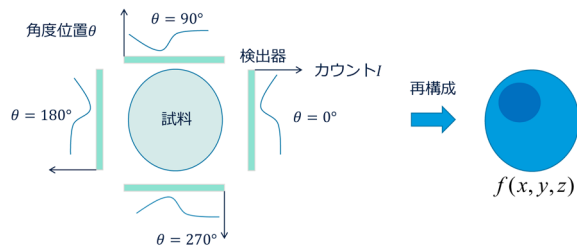


図2. CT測定と再構成.

3. 従来の再構成の原理

再構成とは、様々な角度から測定された二次元的な透視像を使って、三次元的な線吸収係数分布 f を決定する方法である(図2)。このことをみるために、式(1)を次のように対数変換する。

$$g := \log\left(\frac{I_0}{I}\right) = \int f dl \quad (2)$$

この g を投影像と呼ぶ。この式の右辺は f の関数なので、より簡潔に

$$g = Af \quad (3)$$

と表すことができる。演算子 A は再構成画像 f から投影像 g への変換を与えているもので、投影またはRadon変換と呼ばれる⁽¹⁾。こうしてみると、再構成とは、逆に、投影像 g から再構成画像 f を与える演算子 B に他ならない(逆Radon変換)：

$$f = Bg \quad (4)$$

平行ビーム光学系の場合、この演算子 B を解析的に厳密に求めることができる。詳細は文献に譲るが、その方法はFBP(Filtered Back Projection)法と呼ばれ、基本的には実空間では投影像を例えばRam-Lakフィルターで畳み込み、逆投影(投影の向きを逆にしたもの)を行ったものである⁽²⁾。周波数空間では、このフィルターは投影像に掛けられる。Ram-Lakフィルターは高周波成分を強調するフィルターであり、フィルター処理をすることで高画質な再構成画像が得られる。

FBP法を三次元のコーンビーム法に拡張した方法はFDK(Feldkamp, Davis, Kress)法と呼ばれる。厳密な再構成法ではないものの、実用的であるためによく使われている。

FBP法はその解析性と計算コストの低さから、長らくの間再構成に使われてきた。しかしながら、雑音に弱いことや投影枚数が多く必要であることから、短時間の測定には不向きである⁽³⁾。また、非従来のスキャン方式には対応できないというデメリットもある⁽⁴⁾。

FBP法では測定条件が悪いと、再構成画像にアーティファクトが生じることがある。例えば、測定角度が少ないと、線吸収係数の大きい部分の逆投影の効果

が再構成画像に残り続け、放射状のストリークアーティファクトが生じる。また、試料が回転軸に垂直な方向に測定視野からはみ出しているような場合、再構成画像には低周波のノイズが乗ることや、再構成画像の端の部分の強度が盛り上がるというカップリングアーティファクトが生じる。これらのアーティファクトは解析の精度を下げる要因となるため、取り除くことが必要である。

第2章で測定の条件と解析の条件との差異をなくすようにすることが必須だと述べたが、先述のアーティファクトもこの差異によるものである。しかしながら、試料によってはどうしても測定の条件を変えることができないことがある。例えば、試料が変形してしまう場合や、被ばく量を低減する必要がある場合には、測定時間を短くせざるを得ない。また、試料の微小部の構造を知るために測定視野を小さくせざるを得ない場合には、試料が測定視野からはみ出してしまうことは避けられない。

このように、測定に制約がかかる場合には、従来の再構成は不向きである。そこで、次章で説明するように、逐次近似法を用いた再構成によってアーティファクトを軽減するという方法が考えられる。

4. 逐次近似法の原理

逐次近似法は再構成画像を仮定し、それを投影したものが実測の投影像と一致するように画像を反復的に更新する方法である⁽⁵⁾。この方法のメリットは、解析的に再構成ができない場合でも、再構成を行うことができる。また、試料に関する先験情報を組み込んで再構成もできるため、FBP法よりも良質な再構成画像を得ることができる。しかし、デメリットとして、計算時間がかかることや、高性能なコンピュータが必要だということがある。そのため、逐次近似法は提案されてもすぐに実用化されることはなかった。

近年、コンピュータ技術の発展と、逐次近似法のアルゴリズムの発展により、逐次近似法の導入コストが大きく下がった。本稿では、近接勾配法を用いた逐次近似法を説明し、良質な再構成画像を高速に得るための技術を紹介する。

逐次近似法で行われている操作をより理解するために、再定式化を行う。式(3)は再構成画像のボクセルと投影像のピクセルの間の関係を与えるものであり、行列表現で次のように書ける：

$$g(s) = \sum_r A(s,r) f(r) \quad (5)$$

行列 A はシステム行列または係数行列と呼ばれ、その行列要素 $A(s,r)$ は位置 r のボクセルがサイノグラム的位置 s に投影される割合を表したものである。この行列方程式を解くことで、再構成画像を得ることができる。

逐次近似法では式5を直接解くことはせず、左辺と右辺の差の二乗和からなる評価関数 J を最小化することで解を求める。

$$J(f) = \frac{1}{2} \|Af - g\|^2 \quad (6)$$

この評価関数を最小化する方法として、本稿では、勾配法と正則化による最適化を行う近接勾配法を紹介する。まずはその基礎となる勾配法を説明する。

勾配(降下)法では、評価関数の再構成画像に関する勾配(微分)を計算し、その勾配(降下)方向に向けて再構成画像を更新する(図3)。

$$\begin{aligned} f^{(k+1)} &= f^{(k)} - \alpha \nabla J(f^{(k)}) \\ &= f^{(k)} - \alpha A^T (Af^{(k)} - g) \end{aligned} \quad (7)$$

パラメータ α は勾配方向に画像を変化させる程度を表す。この更新を収束まで繰り返すことで、評価関数を最小化する再構成画像を得ることができる。

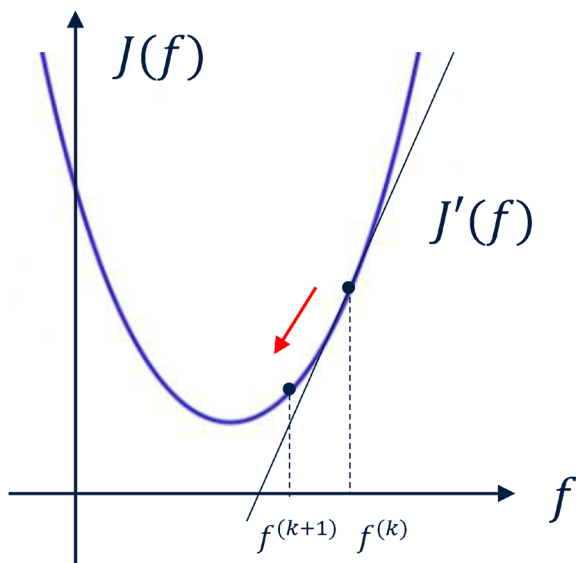


図3. 勾配法による画像更新.

式(7)は次の四個の操作に分けることができる：

- (1) k 番目の反復ステップでの再構成画像 $f^{(k)}$ を A により投影する。
- (2) 投影された投影像と実測の投影像との残差を計算する。
- (3) 残差を A^T により逆投影する。
- (4) 逆投影された画像を元画像 $f^{(k)}$ に足して得られた画像を $(k+1)$ 番目の再構成画像 $f^{(k+1)}$ とする。

ここで、 A^T は投影とは逆にサイノグラム値をボクセル値に変換するので、逆投影と呼ぶ。すなわち、逐次近似法では投影と逆投影を何度も繰り返し行うことで、徐々に再構成画像を得ている。

逐次近似法では、評価関数に画像に関する先験情報を入れて、再構成画像の質を向上させることができる。先験情報の例としては、画像のスパースさを使うことができる。スパースさとは、画素値0の部分の多さということであり、本質的な情報が少ないことを意味する。例えば、測定視野には試料以外の空気の部分が多く存在するという事実は、再構成画像に画素値が0の部分が多いということを意味する。再構成時に再構成画像が0となる部分を多くする手法の一つにL1正則化がある。これは、画素値のL1ノルムを評価関数に加えることで実現できる。正則化を行うことにより、再構成画像の更新の操作が一個増える。

$$\begin{aligned} f^{(k+1)} &= \text{prox}_{\alpha R} \left(f^{(k)} - \alpha \nabla J(f^{(k)}) \right) \\ &= \text{argmin}_f R(f) + \frac{1}{2\alpha} \|f - f^{(k)} + \alpha \nabla J(f^{(k)})\|^2 \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $R(f)$ が正則化項であり、 prox は近接作用素と呼ばれる。上述のL1ノルムの場合、この近接作用素はソフト閾値作用素に相当する⁽⁶⁾。

また、原画像そのもののスパースさを必ずしも使う必要はなく、スパースになるような変換を介してもよい。例えば、試料に均質な部分が多く含まれるという事実は、その微分画像には0の部分が多いということ

FDK法

逐次近似法 (TV正則化なし) 逐次近似法 (TV正則化あり)

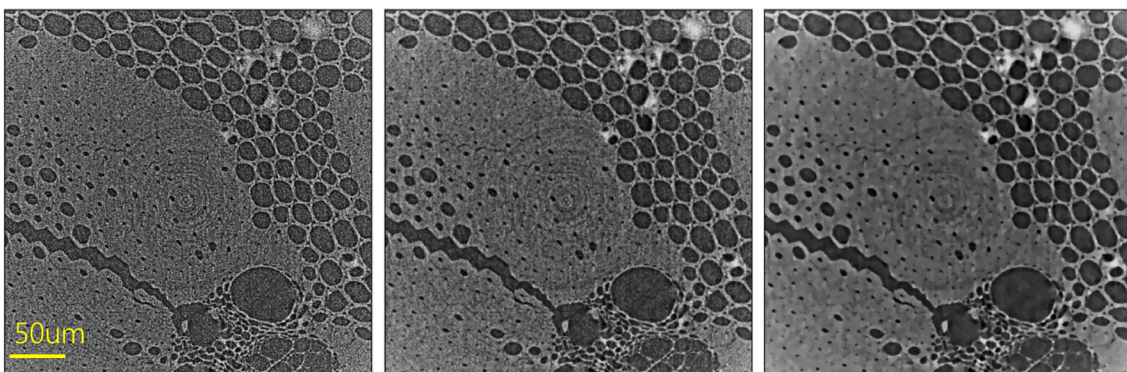


図4. 再構成方法を変えた時の再構成画像の比較.

を意味する。そこで、再構成画像の微分をするという変換を行い、そのL1ノルムを評価関数に加えて再構成することができる。これをTV (Total Variation) 正則化という⁽⁷⁾。この評価関数を最小化することで、エッジを保ちつつ、ノイズの低減された再構成画像を得ることができる。しかしながら、正則化の程度を大きくする(正則化項の大きさを表すパラメータを大きくすると、正則化の仮定に引きずられ、試料の細かな構造が失われてしまうというデメリットもあるので注意が必要である。

実際に、FDK法と逐次近似法で得られた再構成画像の比較を見てみよう。図4にリガク製nano3DXで測定した竹串の試料の再構成画像を示す。左からFDK法、逐次近似法、TV正則化逐次近似法の再構成画像である。FDK法の再構成画像がもっともノイズが多いことが分かる。逐次近似法を用いることで、ノイズが軽減されたことも確認できる。TV正則化を課した逐次近似法が最もノイズが少なく、空隙部と組織部が明瞭に区別できる。

本章の最後に上質な再構成画像を高速に得るためのアルゴリズムについて説明する。逐次近似法では反復回数を増やせば増やすほど再構成画像は収束値に近づくが、計算時間が反復回数に比例して増加する。そこで、より少ない反復回数で収束値に近い再構成画像を得るための加速法が考案されてきた。ここでは、OS (Ordered Subset) 法⁽⁸⁾とNesterov加速法^{(6),(9)}を紹介する。OS法では、投影角度を複数のサブセットに分け、投影または逆投影をそれぞれのサブセットで順番に行う。そうすることで、画像の更新回数が増え、高速に収束する。しかしながら、サブセット数を大きくすれ

ばするほど計算のオーバーヘッドが大きくなることに加え、少ない投影枚数を使った画像更新によるアーティファクトが生じることがある。次に、Nesterov加速法では、画像の更新時、一ステップ前の画像だけではなく、もう一ステップ前の画像を用いる。これは再構成画像を勾配法によって更新するステップだけではなく、近接作用素による画像の更新の中で反復計算を行う際にも利用できる方法である。これらの加速法を用いることで、初期画像を一樣な画像として、10反復で本稿の逐次近似法の再構成画像を得ることができる。

5. 逐次近似法の応用

本章では逐次近似法を用いた応用を紹介する。特に、従来の再構成ではアーティファクトが生じるような条件で測定が行われた場合に、逐次近似法によってどのように画質の改善がみられるかに注目する。以下では三種類の試料に対して比較を行う。

一個目は竹串の試料に対して投影枚数を少なくしていったときの画質劣化具合を比較する。比較のために、測定データは同一のものを用い、再構成時に使用する投影枚数を制限する。図5の上段にFDK法による再構成画像、下段に逐次近似法による再構成画像を示す。右に行くほど再構成に用いた投影枚数が少なくなっており、ノイズが多くなっていることが分かる。同投影枚数の再構成画像を比較すると、逐次近似法の方がFDK法よりもノイズが少ない再構成画像を与えることが確認できる。

二個目は、食パンの試料に対して測定時間を短くした場合の画質の比較を行う。リガク製CT Lab HXで測

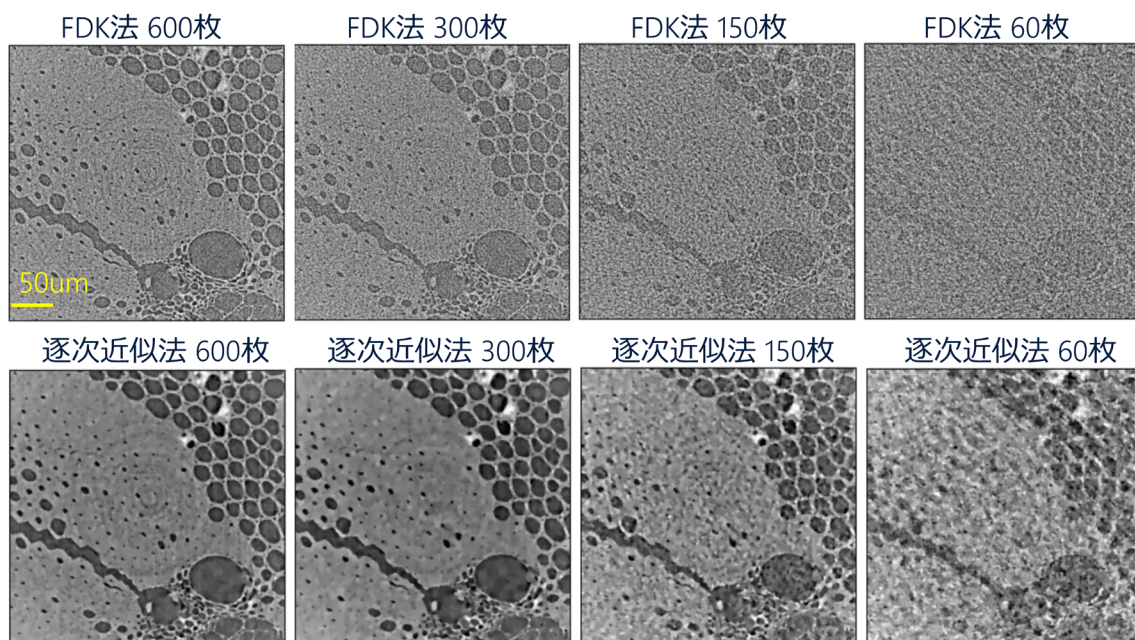


図5. 投影枚数を変化させたときの再構成画像の比較。

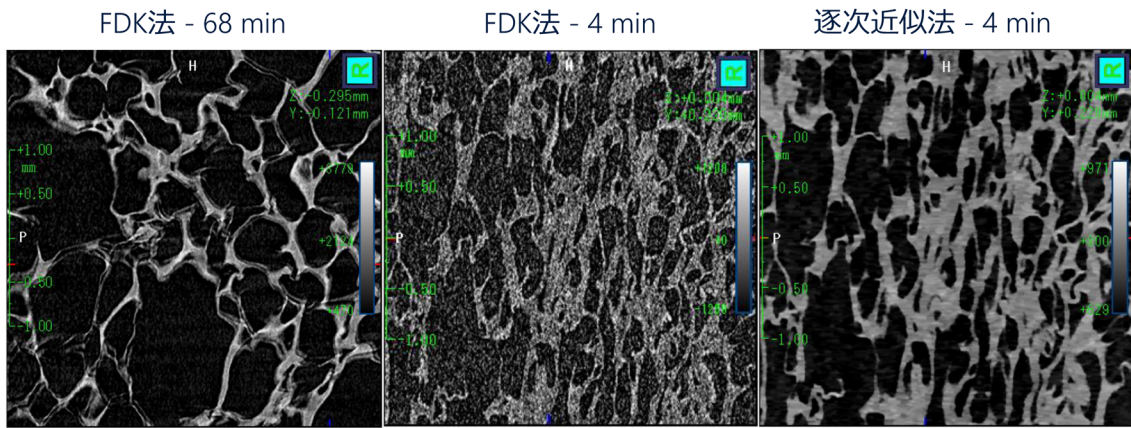


図6. 測定時間を変化させたときの再構成画像の比較.

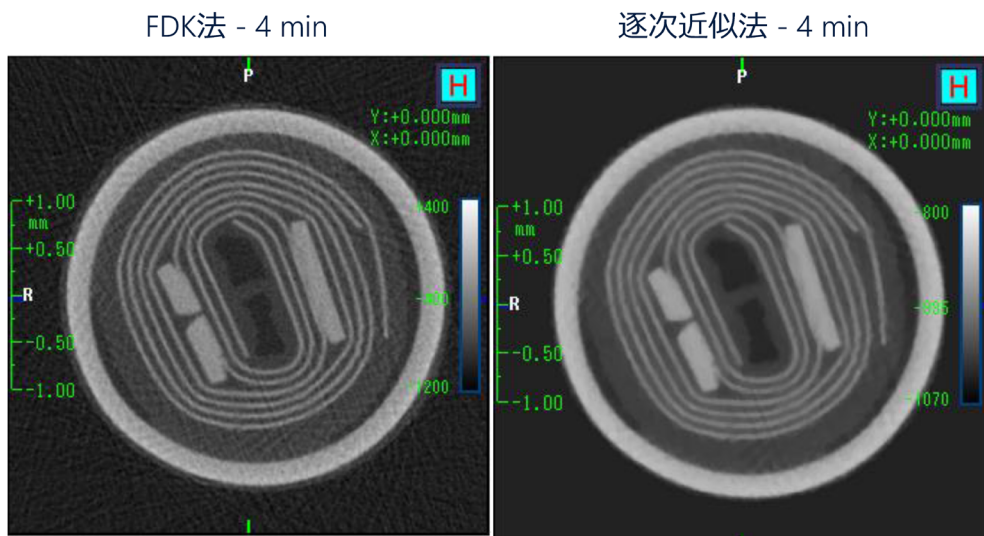


図7. 線吸収係数が大きく異なる部分を含む再構成画像の比較.

定を行った。本試料を長時間測定すると、試料が形状変化を起こす恐れがあるために、測定時間を長くできない。実際、図6の左図に長時間測定(68分測定)を行ったときの再構成画像を示す。試料中の水分が蒸発すること等に起因するモーションによる画像ブレが確認できる。このブレを少なくするために測定時間を短くすると、測定データに含まれるノイズが多くなる。このような場合には、逐次近似法を用いた再構成が有効である。図6の中央図と右図に、短時間測定(4分)の測定データを用いた、それぞれFDK法と逐次近似法による再構成画像を示す。逐次近似法を用いると、FDK法よりもノイズの少ない再構成画像を得ることができることが確認できる。すなわち、逐次近似法を用いると、測定時間を短くしてモーションを抑制しつつ、ノイズの少ない再構成画像を得ることができる。

三つ目は、線吸収係数が大きく異なる部分を含むコンデンサーの試料に対して画質の比較を行う。リガク製CT Lab HXで測定を行った。図7に再構成画像を示す。FDK法による再構成画像には、試料中の線吸収

係数の差が大きい箇所付近にストリーク状のアーティファクトが現れる(左図)。一方、逐次近似法を用いると、ストリークアーティファクトが軽減されていることが確認できる(右図)。

6. おわりに

本稿では逐次近似法の原理と応用を紹介した。複数の応用例を通じて、従来法と比べて画質が向上したことを確認できた。形状が変化しやすい試料に対しては、長時間撮影では形状が変化してしまう一方、短時間撮影ではノイズが大きくなってしまいう事情がある。また、医療の分野では、人間や動物への負担(被ばく量)を低減するために短時間・低出力の撮影が実施されているが、ノイズが大きくなり、再構成画像を用いた診断に困難が生じる。このような場合には、短時間の測定で低ノイズの再構成が必要となり、逐次近似法が効果を発揮することができる。

今回は再構成画像を得るまでのことしか紹介できなかったが、逐次近似法ではセグメンテーションや形状

抽出に適した画像を得ることができる。これは各種解析をより高い精度で行うことができることを意味する。また、逐次近似法の枠組みの中でモーション補正やビームハードニング補正等の各種補正を行うことができる。そのような解析や補正に関しては、続編に期待されたい。

参考文献

- (1) A. G. Ramm and A. I. Katsevich: *The Radon Transform and Local Tomography*. CRC Press, Boca Raton–New York–London–Tokyo (1996).
- (2) 斎藤恒雄：画像処理アルゴリズム。近代科学社 (1993).
- (3) S. UK, F. Morin, V. Bousson, R. Nizard, G. Bernard and C. Chappard: *J. Surg. Res.*, **5** (2022), 115–133.
- (4) B. De Samber, J. Renders, T. Elberfeld, Y. Maris, J. Sanctorem, N. Six, Z. Liang, J. De Beenhouwer and J. Sijbers: *Opt. Exp.*, **29** (2021), 3438–3457.
- (5) R. Gordon, R. Bender, and G. Herman: *J. Theor. Biol.*, **29** (1970), 471–481.
- (6) A. Beck and M. Teboulle: *SIAM J. Imag. Sci.*, **2**(1) (2009), 183–202.
- (7) L. Rudin, S. Osher and E. Fatemi: *Physica D*, **60** (1992), 259–268.
- (8) H. M. Hudson and R. S. Larkin: *IEEE Trans. Med. Imag.*, **13** (4) (1994), 601–609.
- (9) Y. Nesterov: *Soviet Mathematics Doklady*, **27** (1983), 372–367.